



А. И. Садовскій.

## **О пограничныхъ условіяхъ въ вопросѣ о пондеромоторныхъ дѣйствіяхъ электромагнитныхъ и свѣтовыхъ волнъ на кристаллы.**

(Дополненіе къ работѣ „Пондеромоторныя дѣйствія электромагнитныхъ и свѣтовыхъ волнъ на кристаллы, часть I“.)

Въ моей работѣ „Пондеромоторныя дѣйствія электромагнитныхъ и свѣтовыхъ волнъ на кристаллы, часть I“<sup>1)</sup> при переходѣ отъ результатовъ, полученныхъ для пластинокъ, ограниченныхъ параллельными бесконечными плоскостями, къ результатамъ для пластинокъ, ограниченныхъ конечными частями параллельныхъ плоскостей, пограничныя условія не введены; хотя при этомъ и было указано, что примѣняя выводы, полученные для пластинки, мысленно выдѣленной изъ бесконечнаго слоя, заключеннаго между двумя параллельными плоскостями, къ пластинкѣ реальной и не вводя при этомъ пограничныхъ условій, мы дѣлаемъ ошибку<sup>2)</sup> и что поэтому полученные результаты должны быть разсматриваемы какъ первое

1) Ученыя записки Юрьевского Университета за 1899 годъ.

2) Пондеромоторныя дѣйствія . . . . . стр. 22.

приближеніе, а не какъ полное детальное рѣшеніе поставленнаго вопроса, но, къ сожалѣнію, совершенно не упомянуто, каковы будутъ эти пограничныя условія и въ чемъ будетъ заключаться ихъ вліяніе на рассматриваемыя въ вопросѣ величины; вслѣдствіе этого у читателя могутъ явиться вполнѣ основательныя опасенія, что если эти опущенныя условія ввести, то результаты получатся совершенно иные и, можетъ быть, даже рѣзко отличающіеся отъ изложенныхъ не только количественно, но и качественно. Въ настоящей замѣткѣ я имѣю цѣлью показать, что введеніе пограничныхъ условій въ мой разборъ пондеромоторныхъ дѣйствій электромагнитныхъ и свѣтовыхъ волнъ на кристаллы не можетъ существенно измѣнить полученные мною результаты; такимъ образомъ эта замѣтка должна быть рассматриваема какъ дополнительная глава къ моей работѣ „Пондеромоторныя дѣйствія электромагнитныхъ и свѣтовыхъ волнъ на кристаллы, часть I“.

1. Прежде всего разберемъ вопросъ, въ чемъ должны состоять эти пограничныя условія? Если мы будемъ рассматривать вопросъ съ точки зрѣнія электромагнитной теоріи свѣта, то не подлежитъ сомнѣнію, что во всѣхъ точкахъ поверхности пластинки должны быть выполнены основныя пограничныя электромагнитныя условія, т. е. тангенціальныя составляющія электрической и магнитной силъ должны быть непрерывны и также должны быть непрерывны нормальныя составляющія электрическаго перемѣщенія и магнитной индукціи. Покажемъ, что на боковой поверхности пластинки эти величины должны быть равны нулю.

Пусть имѣемъ потокъ плоскихъ, неограниченныхъ, однородныхъ свѣтовыхъ волнъ, распространяющихся параллельно оси  $Z$ -овъ въ положительную сторону (система координатныхъ осей предполагается прямоугольная, правая); вообразимъ себѣ въ этомъ потокѣ абсолютно прозрачный цилиндръ, ось котораго параллельна оси  $Z$ -овъ, причемъ для того, чтобы имѣть дѣло съ возможно меньшимъ числомъ величинъ, а слѣдова-

тельно и математическихъ символовъ, этотъ цилиндръ будемъ предполагать некристаллическимъ; длину свѣтовыхъ волнъ въ свободномъ эфирѣ обозначимъ черезъ  $\lambda$  и длину волнъ внутри цилиндра черезъ  $\lambda_1$ ; свѣтовое движеніе будемъ разсматривать лишь послѣ того момента, когда оно сдѣлается установившимся; чтобы сосредоточить вниманіе будемъ разсматривать одинъ какой-нибудь изъ векторовъ, характеризующихъ въ электромагнитной теоріи имѣющійся потокъ волнъ, на примѣръ электрическую силу.

Этотъ векторъ при произвольно данныхъ  $x$  и  $y$  по существу разсматриваемаго вопроса долженъ измѣняться периодически при непрерывномъ измѣненіи времени  $t$  и координаты  $z$ , а слѣдовательно, въ любой точкѣ окружающей среды любая его составляющая (тангенціальная къ поверхности раздѣла, нормальная къ этой поверхности, или составляющая по одной изъ координатныхъ осей и т. п.) выразится формулой

$$A \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} - \varphi \right), \quad . . . . \quad (1)$$

гдѣ  $A$ , амплитуда этой составляющей, есть нѣкоторая функція отъ  $x$  и  $y$ , но не отъ  $z$  и  $t$ ; величины  $t$ ,  $T$ ,  $z$ ,  $\lambda$  и  $\varphi$  имѣютъ общеизвѣстное значеніе. Для любой точки внутри цилиндра составляющая этого вектора выразится формулой

$$A_1 \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda_1} - \varphi_1 \right), \quad . . . . \quad (2)$$

гдѣ  $A_1$ , амплитуда этой составляющей, тоже есть функція отъ  $x$  и  $y$ , но не отъ  $t$  и  $z$ .

Будемъ разсматривать составляющую электрической силы, касательную къ боковой поверхности цилиндра; такъ какъ эта составляющая при переходѣ изъ одной среды въ другую должна быть непрерывна, то для любой точки боковой поверхности мы должны имѣть



$$A = \sqrt{A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{z}{\lambda_1} + \varphi - \varphi_1 \right)}$$

$$\operatorname{tang} 2\pi\theta = \frac{A \sin 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} + \varphi \right) - A_1 \sin 2\pi \left( \frac{z}{\lambda_1} + \varphi_1 \right)}{A \cos 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} + \varphi \right) - A_1 \cos 2\pi \left( \frac{z}{\lambda_1} + \varphi_1 \right)} \quad (9)$$

Это уравнение должно быть удовлетворено при всѣхъ значеніяхъ  $t$ ; для этого необходимо, чтобы

$$A = 0, \quad \dots \quad (10)$$

т. е.

$$A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{z}{\lambda_1} + \varphi - \varphi_1 \right) = 0 \quad (11)$$

Это уравнение должно быть удовлетворено при всѣхъ значеніяхъ  $z$ ; для этого, какъ это легко видѣть, необходимо, чтобы

$$A = A_1 = 0, \quad \dots \quad (12)$$

Точно такимъ-же образомъ можно показать, что амплитуды нормальныхъ составляющихъ электрическаго перемѣщенія въ любой точкѣ боковой поверхности цилиндра должны быть равны нулю; такъ какъ амплитуда какой-нибудь составляющей электрическаго перемѣщенія отличается отъ амплитуды той-же составляющей электрической силы лишь постояннымъ множителемъ, то, слѣдовательно, и амплитуды нормальныхъ составляющихъ электрической силы тоже должны быть равны нулю. Отсюда и изъ равенства (12) слѣдуетъ, что во всѣхъ точкахъ боковой поверхности цилиндра электрическая сила, а слѣдовательно и электрическое перемѣщеніе, должны быть равны нулю; тоже самое и точно такимъ-же образомъ можно показать и относительно магнитной силы и магнитной индукціи.

Вышеприведенное доказательство примѣнимо какъ къ цилиндру некристаллическому, такъ и къ кристаллическому: въ самомъ дѣлѣ, вся сущность доказательства сводится къ тому,

что величины періодовъ по  $z$  внѣ цилиндра и внутри его не одинаковы; это будетъ имѣть мѣсто какъ при цилиндрѣ некристаллическомъ, такъ и при кристаллическомъ.

2. Очевидно, если во всѣхъ точкахъ боковой поверхности цилиндра электрическая и магнитная силы равны нулю, то никакихъ механическихъ силъ электромагнитнаго происхожденія къ поверхности цилиндра приложено быть не можетъ; а слѣдовательно, при разсмотрѣннй пондеромоторныхъ дѣйствій параллельнаго свѣтового пучка, проходящаго сквозь цилиндръ, нужно будетъ принимать во вниманіе только силы, развивающіяся внутри объема цилиндра, но не на его поверхности, такъ какъ послѣднихъ существовать не будетъ. Примѣняя сказанное къ кристаллической пластинкѣ, опредѣленной въ § 3<sup>1)</sup> и пользуясь обозначеніями этого параграфа и уравненіемъ (31)<sup>2)</sup>, получимъ, что средній моментъ вращенія, приложенный къ элементу объема  $dSdz$  (гдѣ  $dS$  есть основаніе мысленно выдѣленнаго элементарнаго цилиндрика и  $dz$  его высота), будетъ равенъ

$$\frac{1}{8\pi} P_0 Q_0 (K_1 - K_2) \cos 2\pi \left( \frac{z}{\lambda_1} - \frac{z}{\lambda_2} \right) dSdz . . \quad (13)$$

и средній моментъ вращенія, приложенный электромагнитными силами ко всей пластинкѣ, выразится интеграломъ

$$\frac{K_1 - K_2}{8\pi} \iint P_0 Q_0 \cos 2\pi \left( \frac{z}{\lambda_1} - \frac{z}{\lambda_2} \right) dS dz . . \quad (14)$$

Такъ какъ  $P_0$  и  $Q_0$  суть функціи только  $x$  и  $y$ , но не  $z$ , то интегрированіе по  $z$  отъ  $z = 0$  до  $z = h$  можетъ быть

1) Пондеромоторныя дѣйствія . . . . .

2) Тамъ же стр. 22.

выполнено; выполнивъ его и сдѣлавъ въ результатѣ преобразованія, указанныя въ § 3<sup>1)</sup> на страницахъ 22—23, получимъ для средняго момента выраженіе

$$\frac{1}{(4\pi)^2} (n_1 + n_2) \lambda \sin 2\pi \left( \frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2} \right) \int P_0 Q_0 dS, \quad (15)$$

гдѣ интегрированіе должно быть распространено на всю площадь основанія пластинки.

Какъ первое приближеніе для интеграла  $\int P_0 Q_0 dS$  у меня въ работѣ было взято произведеніе  $P_0 Q_0 S$ , гдѣ  $S$  есть площадь основанія разсматриваемой пластинки, т. е. площадь поперечнаго сѣченія очень низкаго цилиндра; вотъ тѣ причины, въ силу которыхъ я считаю это допустимымъ: при экспериментальномъ рѣшеніи вопроса о пондеромоторныхъ дѣйствіяхъ свѣтовыхъ волнъ на кристаллы придется имѣть дѣло съ пластинками, площадь основанія которыхъ не настолько мала, чтобы преобладающую роль при прохожденіи свѣта сквозь нихъ играли явленія дифракціи; въ силу этого амплитуды  $P_0$  и  $Q_0$  почти по всей пластинкѣ будутъ сохранять постоянную величину, въ точкахъ, близкихъ къ боковой поверхности пластинки, начнутъ уменьшаться и, наконецъ, на самой боковой поверхности сдѣлаются равными нулю. По моему мнѣнію это есть экспериментальный фактъ: когда мы при проэктированіи поляризаціонныхъ явленій въ параллельномъ свѣтѣ проектируемъ какую-нибудь кристаллическую пластинку или какую-либо изъ имѣющихся въ обыкновенномъ поляризаціонномъ приборѣ діафрагмъ, то получающееся изображеніе освѣщено равномерно и поляризація свѣта въ этомъ изображеніи во всѣхъ точкахъ одна и таже.

Какъ видимъ, слѣдовательно, введеніе пограничныхъ условій при разсмотрѣннн кристаллическихъ пластинокъ, осно-

1) Пондеромоторныя дѣйствія . . . . .

ваніе которыхъ не настолько мало, чтобы преобладающую роль при прохожденіи свѣта сквозь нихъ играли явленія дифракціи, измѣнить существенно полученныхъ мною результатовъ не можетъ.

Юрьевъ (Лифл. губ.),  
Февраль 1900 г.

---